

大阪公立大学（仮称）

一般選抜 個別学力検査等 サンプル問題

日程等	公立大学中期日程（工学部）
教科等	数学
科目名等	数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学Ⅲ 数学A・数学B
試験時間	120分

【注意事項】

- ・サンプル問題は入試問題をイメージするために作成したものであり、実際に出題される問題とは異なります。また問題の形式、問題数、難易度、配点についても実際と異なる場合があります。
- ・サンプル問題の解答用紙は作成していません。
- ・サンプル問題及び解答例や出題の意図について、掲載された情報以外のことはお答えできませんので、ご了承ください。
- ・サンプル問題は受験予定者が受験の準備に使用することや、教育機関（営利目的の機関は含みません。）の教職員が教育の一環として使用することを目的としています。それ以外の目的で複製、転載、転用することを禁止します。

数 学

第1問 (40点)

当たりくじ 5 本を含む 13 本のくじがある。このくじを A, B, C, D の 4 人がこの順番に 1 本ずつ引くとし、引いたくじはもとに戻さないとする。このとき、次の確率を既約分数で求めよ。

- (1) 4 人のうち少なくとも 1 人が当たる確率 P_1
- (2) 4 人のうち少なくとも 2 人が当たる確率 P_2
- (3) 4 人のうち少なくとも 1 人が当たりくじを引いたとわかっているとき、D が当たる条件付き確率 P_3

数 学

第2問 (50点)

1 辺の長さが 1 の正四面体 $OABC$ において、辺 OA, BC を $2:1$ に内分する点をそれぞれ D, E とし、点 D から直線 OE に下ろした垂線と直線 OE との交点を H とする。このとき、以下の問いに答えよ。

- (1) 線分 OE の長さとお内積 $\vec{OD} \cdot \vec{OE}$ を求めよ。
- (2) 三角形 ODE の面積を求めよ。
- (3) \vec{OE} を用いて \vec{OH} を表せ。

数 学

第3問 (50点)

自然数 n に対して, S_n, T_n, U_n をそれぞれ

$$S_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)(k+2)}$$

$$T_n = \sum_{k=1}^{3n} \left(\frac{1}{3}\right)^k \sin \frac{2k\pi}{3}$$

$$U_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{n} \sin\left(\frac{pk\pi}{n}\right) \sin\left(\frac{2k\pi}{n}\right)$$

と定める。ただし p は自然数とする。このとき, 次の問いに答えよ。

- (1) $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ を求めよ。
- (2) $\lim_{n \rightarrow \infty} T_n$ を求めよ。
- (3) $\lim_{n \rightarrow \infty} U_n$ を求めよ。

数 学

第4問 (50点)

a を正の定数とする。曲線 $y = \log x$ を C_1 とし、曲線 $y = \sqrt{ax}$ を C_2 とする。
このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 曲線 C_1 上の点 $(t, \log t)$ における接線 l_1 の方程式と、曲線 C_2 上の点 (s, \sqrt{as}) における接線 l_2 の方程式を求めよ。ただし、 $t > 0, s > 0$ である。
- (2) 曲線 C_1 と曲線 C_2 の両方に接する直線が存在しないための a の値の範囲を求めよ。

数 学

第5問 (50点)

$x \geq 0$ で定義された関数 $f(x) = \frac{\sqrt{2}x}{\sqrt{1+2x^2}}$ の逆関数を $f^{-1}(x)$ と表す。このとき、次の問いに答えよ。

(1) $f^{-1}(x)$ を求めよ。

(2) 変数変換 $x = \alpha \tan \theta$ を用いて、定積分 $I = \int_0^\alpha \frac{dx}{x^2 + \alpha^2}$ を求めよ。ただし α は正の定数とする。

(3) 2 曲線 $y = f(x)$, $y = f^{-1}(x)$ の $x \geq 0$ の部分で囲まれた図形を x 軸のまわりに 1 回転してできる回転体の体積を求めよ。