※設置認可申請中

大阪公立大学（仮称）

一般選抜　個別学力検査等　サンプル問題

日程等	前期日程
教科等	数学
科目名等	数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学A・数学B
試験時間	90分

【注意事項】

・サンプル問題は入試問題をイメージするために作成したものであり、実際に出題される問題とは異なります。また問題の形式、問題数、難易度、配点についても実際と異なる場合があります。

・サンプル問題の解答用紙は作成していません。

・サンプル問題及び解答例や出題の意図について、掲載された情報以外のことはお答えできませんので、ご了承ください。

・サンプル問題は受験予定者が受験の準備に使用することや、教育機関（営利目的の機関は含みません。）の教職員が教育の一環として使用することを目的としています。それ以外の目的で複製、転載、転用することを禁止します。

第 1 問 （50 点）

自然数 n に対して

$$n! = n(n-1)(n-2)\cdots\cdots 3\cdot 2\cdot 1$$

とおく．また，

$$n!! = \begin{cases} n(n-2)(n-4)\cdots\cdots 5\cdot 3\cdot 1 & (n \text{ が奇数のとき}) \\ n(n-2)(n-4)\cdots\cdots 6\cdot 4\cdot 2 & (n \text{ が偶数のとき}) \end{cases}$$

とおく．次の問いに答えよ．

問 1　1000! を素因数分解したときにあらわれる素因数 3 の個数を求めよ．

問 2　1000!! を素因数分解したときにあらわれる素因数 3 の個数を求めよ．

問 3　999!! を素因数分解したときにあらわれる素因数 3 の個数を求めよ．

第 2 問 (50 点)

原点Oとは異なる2点P$(a,\ b)$，Q$(c,\ d)$が与えられていて，$\overrightarrow{\mathrm{OQ}} = k\,\overrightarrow{\mathrm{OP}}\ (k > 0)$ とする．また，$\mathrm{OP} \cdot \mathrm{OQ} = 4$ とする．次の問いに答えよ．

問1　k を c，d を用いて表せ．

問2　点Pが直線 $2x + y - 6 = 0$ 上を動くとき，点Qはある円 C 上を動く．円 C の方程式を求めよ．

問3　問2において，点Pが直線 $2x + y - 6 = 0$ 上を $(0, 6)$ から $(3, 0)$ まで動くとき，円 C 上で点Qの動く範囲を図示せよ．

第 3 問 （50 点）

m, t を正の実数とし，$mt > 1$ とする．xy 平面上に 2 点 $\mathrm{A}(1,0)$, $\mathrm{B}(0,t)$ をとる．原点を $\mathrm{O}(0,0)$ とする．また，2 直線

$$\ell_1 : y = -\frac{1}{m}x + t$$
$$\ell_2 : y = m(x-1)$$

の交点を P とする．このとき次の問いに答えよ．

問 1　点 P の座標を m と t を用いて表せ．

問 2　三角形 OAP の外接円の直径を m と t を用いて表せ．

問 3　t を固定したとき，$\angle\mathrm{OPA}$ の大きさは m によらず一定であることを示せ．

第 4 問　(50 点)

a は実数とする．$y = x^3 - 2x^2 + x$ が定める曲線 C と $y = ax$ が定める直線 ℓ を考える．次の問いに答えよ．

問 1　曲線 C と直線 ℓ が異なる 3 点で交わるための a の条件を求めよ．

問 2　曲線 C と直線 ℓ が異なる 3 点で交わるとき，それらの x 座標を 0，α，β として，$0 < \alpha < \beta$ が成り立っているとする．$\alpha \leqq x \leqq \beta$ の範囲で曲線 C と直線 ℓ で囲まれた部分の面積 S を a を用いて表せ．