

## 大阪公立大学（仮称）

### 一般選抜 個別学力検査等 サンプル問題

日程等	前期日程
教科等	数学
科目名等	数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学Ⅲ 数学A・数学B
試験時間	120分

#### 【注意事項】

- ・サンプル問題は入試問題をイメージするために作成したものであり、実際に出題される問題とは異なります。また問題の形式、問題数、難易度、配点についても実際と異なる場合があります。
- ・サンプル問題の解答用紙は作成していません。
- ・サンプル問題及び解答例や出題の意図について、掲載された情報以外のことはお答えできませんので、ご了承ください。
- ・サンプル問題は受験予定者が受験の準備に使用することや、教育機関（営利目的の機関は含みません。）の教職員が教育の一環として使用することを目的としています。それ以外の目的で複製、転載、転用することを禁止します。

第1問 (50点)

自然数  $n$  に対して

$$S_n = \sum_{k=1}^n \frac{(-1)^{k-1}}{k}, \quad T_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{n+k}$$

とおくとき、次の問いに答えよ。

問1 すべての自然数  $n$  に対して  $S_{2n} = T_n$  が成り立つことを示せ。

問2 極限  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_{2n}$  を求めよ。

問3 極限  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_{2n-1}$  を求めよ。

第2問 (50点)

座標平面上の円  $(x-t)^2 + y^2 = 1$  を  $C_t$ ,  $C_t$  で囲まれた領域を  $D_t$  とする.  $0 \leq t \leq 2$  に対し,  $D_0$  と  $D_t$  の共通部分の面積を  $S(t)$  とする.  $0 < t < 2$  に対し,  $C_0$  と  $C_t$  の交点のうち  $y$  座標が正の方を  $P_t$  とする. 座標平面の原点を  $O$  とし, 半直線  $OP_t$  と  $x$  軸の正の向きをなす角を  $\theta$  で表す. 次の問いに答えよ.

問1  $0 < t < 2$  のとき,  $S(t)$  の値を  $\theta$  を用いて表せ.

問2  $0 < t < 2$  のとき,  $t$  を  $\theta$  を用いて表せ.

問3  $\int_0^2 S(t) dt$  の値を求めよ.

第 3 問 (50 点)

0 でない複素数  $z$  に対して

$$w = z + \frac{1}{z}$$

とおく.  $i$  を虚数単位とし,  $z$  の極形式を  $z = r(\cos \theta + i \sin \theta)$  とする. また,  $w$  の実部を  $u$ ,  $w$  の虚部を  $v$  とする. 次の問いに答えよ.

問 1  $u, v$  をそれぞれ  $r$  と  $\theta$  を用いて表せ.

問 2 点  $z$  が条件  $|z+1| = |z-i|$  ( $0 < \theta < \pi$ ) を満たして複素数平面上を動くとき,  $u$  と  $v$  が満たす関係式を求め, 点  $w$  が描く図形を複素数平面上に図示せよ.

第 4 問 (50点)

三角形があり、その頂点を反時計回りの順に  $A, B, C$  とする。三角形  $ABC$  において、点  $P$  は頂点  $A$  から出発し、1 秒経過するごとに隣の頂点へ移動する。ただし、反時計回りに移動する確率は  $\frac{2}{3}$ 、時計回りに移動する確率は  $\frac{1}{3}$  とする。 $n$  を自然数とし、点  $P$  が頂点  $A$  を出発してから  $n$  秒経過したときに頂点  $A, B, C$  にある確率を、それぞれ  $a_n, b_n, c_n$  とする。次の問いに答えよ。

問 1  $a_{n+1}, b_{n+1}, c_{n+1}$  を、 $a_n, b_n, c_n$  を用いて表せ。

問 2  $a_{n+2}$  を  $c_n$  を用いて表せ。

問 3  $a_{n+6}$  を  $a_n$  を用いて表せ。

問 4  $0$  以上の整数  $k$  に対して  $a_{6k+1}$  を求めよ。